UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI TRIESTE

DMG Dipartimento di Matematica e Geoscienze

Corso di Laurea Magistrale in Matematica
Programma di **GEOMETRIA ALGEBRICA -** a.a. 2012/113
Prof. Emilia Mezzetti

Richiami su varietà algebriche affini, proiettive e quasi proiettive. Anello delle coordinate. Funzioni regolari e razionali. Categorie e funtori. Equivalenza fra la categoria degli insiemi algebrici affini e la categoria delle K-algebre finitamente generate e ridotte (K algebricamente chiuso).

Prefasci e fasci. Spighe. Fascificazione di un prefascio. *Espace étalé*. Morfismi di prefasci. Condizione perché un morfismo di fasci sia isomorfismo. Fasci Ker e Im. Sequenze esatte di fasci. Fasci immagine diretta e immagine inversa.

Spazi anellati, morfismi di spazi anellati. Varietà affini come spazi anellati isomorfi a (X, O_X), con X chiuso dello spazio affine. Aperti speciali affini. Spazi localmente anellati. Lo spettro di un anello, topologia di Zariski sullo spettro. Richiami su anelli di frazioni. Gli elementi di A come funzioni su Spec(A). Fascio strutturale su Spec(A). Morfismi tra schemi affini. Schemi. Proj di un anello graduato S, struttura di schema su Proj(S). Sottoschemi chiusi di uno schema. Schemi proiettivi. Funtore pienamente fedele dalla categoria delle varietà quasi proiettive su K alla categoria degli schemi su K. Schemi integrali e schemi ridotti. Esempi: anello dei numeri duali, primo intorno infinitesimale di un punto, punti doppi, tripli, tre rette con un punto immerso. Richiami su decomposizione primaria, primi associati, componenti isolate e immerse.

Moduli sopra un anello, moduli liberi. O_X-moduli, operazioni su O_X-moduli. Il fascio M˜ e sue proprietà. Fasci quasi-coerenti e fasci coerenti. Moduli graduati. Il fascio M˜ associato a un modulo graduato su S(X), anello delle coordinate omogenee di una varietà proiettiva. I moduli M(d) e i fasci O_X(d). Il modulo Γ*(O_X). Spazi di sezioni di O_X(d), con X spazio proiettivo. Sequenze esatte di un'ipersuperficie e di un'intersezione completa.

I gruppi di coomologia di Cech. H^0 coincide con le sezioni globali. Annullamento della coomologia in gradi positivi, per fasci quasi coerenti su varietà affini. Sequenza esatta lunga di coomologia. Annullamento dei gruppi di coomologia H^i(X,F) se i>dim X, X proiettiva. Calcolo della coomologia di O(d) sullo spazio proiettivo. Applicazione: coomologia di un'intersezione completa e Teorema di Bézout. Teoremi di Serre sulla coomologia dei fasci coerenti F sulle varietà proiettive: La dimensione di H^i(X,F) è finita; esiste m tale che H^i(X,F(d))=0 per d>m e i>0. Esempio: la cubica gobba. Caratteristica di Eulero-Poincaré di un fascio coerente.

Divisori di Weil su una varietà normale, domini di valutazione discreta, divisori principali. Gruppo delle classi di divisori, equivalenza lineare. Divisori di Cartier. Gruppo di Picard. Fascio O_X(D)

Prof.ssa Emilia Mezzetti

Dipartimento di Matematica e Geoscienze, Università degli Studi di Trieste, Via Valerio 12/1, 34127 Trieste

tel.: 040 5582650, fax 040 5582636, e-mail: mezzette@units.it

associato a un divisore di Weil D, lo spazio lineare L(D). O_X(D) è un fascio coerente, ed è localmente libero se e solo se D è di Cartier. Gruppo dei fasci localmente liberi di rango 1 per l'operazione di prodotto tensoriale.

Famiglie di spazi vettoriali su una varietà algebrica. Fibrati vettoriali. Fibrato universale sullo spazio proiettivo. Sezioni regolari di un fibrato. Fascio localmente libero associato. Fibrati in rette, fasci invertibili e divisori. Classe caratteristica di un fibrato.

Testi di riferimento

R. Hartshorne, *Algebraic Geometry*, Springer 1977

I.R. Shafarevic, *Basic algebraic geometry*, revised and expanded edition, Vol. 2, Schemes and complex manifolds, Springer, 1994

D. Eisenbud, J. Harris, *The geometry of schemes,* Springer, 2000

D. Perrin, *Algebraic Geometry: an Introduction*, Springer, 2007

M.F. Atiyah – I.G. MacDonald, *Introduction to Commutative Algebra*, Addison-Wesley, 1969

Prof.ssa Emilia Mezzetti

Dipartimento di Matematica e Geoscienze, Università degli Studi di Trieste, Via Valerio 12/1, 34127 Trieste

tel.: 040 5582650, fax 040 5582636, e-mail: mezzette@units.it